

## EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO ESPACIAL: UNA MIRADA DESDE EL ENFOQUE DESARROLLADOR Y LA ENSEÑANZA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## THE DEVELOPMENT OF SPATIAL GEOMETRIC THINKING SKILLS: A VIEW FROM THE DEVELOPER APPROACH AND TEACHING BASED ON PROBLEM SOLVING

AUTORES: Wilber Ortiz Aguilar<sup>1</sup>  
Juan Enrique García La Rosa<sup>2</sup>  
Frank Michel Enrique Hevia<sup>3</sup>

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: [ortizwilber74@gmail.com](mailto:ortizwilber74@gmail.com)

Fecha de recepción: 21-04-2018

Fecha de aceptación: 14-05-2018

### RESUMEN

Los estudiantes de la educación preuniversitaria en Cuba presentan limitaciones en la resolución de problemas geométricos de la geometría del espacio debido al bajo nivel de desarrollo de sus habilidades del pensamiento geométrico. Entre las causas que provocan tales limitaciones está en la insuficiente preparación teórica y didáctica de los profesores de Matemática de esta educación para guiar a sus estudiantes en el desarrollo de las mismas. En este trabajo se analiza y fundamenta cómo desde el enfoque desarrollador y la enseñanza basada en la resolución de problemas, se puede crear esas bases teóricas y didácticas para que los profesores de Matemática conduzcan el proceso de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en sus estudiantes de la educación preuniversitaria.

**PALABRAS CLAVE:** pensamiento geométrico espacial; habilidades; enseñanza basada en problemas; proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador; problemas geométricos.

### ABSTRACT

The students of preuniversity education in Cuba have limitations in solving geometric problems of the geometry of the space due to the low level of development of geometric thinking skills. Among the causes that provoke such limitations is in insufficient

---

<sup>1</sup> Máster en Ciencias de la Educación, Licenciado en Educación, Especialidad Matemática – Computación, Docente de Matemática en la Educación Preuniversitaria, La Habana, Cuba.

<sup>2</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas, Docente de Cálculo Matemático, Facultad de Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba. E-mail: [juaneg@uo.edu.cu](mailto:juaneg@uo.edu.cu)

<sup>3</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas, Docente de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad Pedagógica Enrique José Varona, La Habana, Cuba. E-mail: [frankmichel2008@gmail.com](mailto:frankmichel2008@gmail.com)

theoretical and didactic preparation of teachers of mathematics in education to guide students in the development of the same. This study analyzed and based how from a developer perspective and teaching based on problem solving, you can create these theoretical and didactic bases so that teachers of mathematics will lead the process of developing the skills of the spatial geometrical thinking in their students of pre-university education.

**KEYWORDS:** spatial geometric thinking; abilities of spatial geometric thinking; teaching based on problems; process of teaching - learning developer; geometric problems.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en la educación preuniversitaria cubana se encuentra en constante perfeccionamiento, consecuencia de la introducción y desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación en el contexto escolar, dirigido a la búsqueda por vías científicas de métodos, técnicas, estrategias y medios de enseñanza-aprendizaje que pongan al estudiante en el centro del aprendizaje, que promuevan su participación protagónica en la adquisición y aplicación de nuevos conocimientos, en la formación y desarrollo de hábitos y habilidades matemáticas.

Para ello es importante que los estudiantes apliquen los conocimientos, hábitos y habilidades que adquieran a la resolución de problemas relacionados con la realidad objetiva y de esta forma comprendan la utilidad y el carácter instrumental de los contenidos geométricos y puedan, a través de estos, ponerse en contacto con los objetos del mundo real a fin de experimentar con ellos, descubrir propiedades y establecer relaciones.

Sin embargo, mediante un estudio exploratorio realizado por los autores de este trabajo se ha constatado que los estudiantes de la educación preuniversitaria en Cuba presentan limitaciones en la resolución de problemas geométricos de la geometría del espacio, manifestadas en dificultades para identificar figuras planas y cuerpos geométricos, identificar propiedades de figuras planas, reconocer las relaciones existentes entre las figuras y los cuerpos geométricos, extraer información de los datos que se dan en las condiciones del problema, relacionar la información que se extraen de los datos, deducir consecuencias de las relaciones entre las informaciones extraídas de los datos, determinar las informaciones y consecuencias que resultan imprescindibles para llegar a la exigencia del problema, elaborar conscientemente un plan de solución, escribir organizadamente la solución del problema y fundamentar los pasos en la solución del problema.

Esta problemática tiene como causa fundamental, la insuficiente preparación de los profesores de Matemática, desde el punto de vista teórico y didáctico para conducir el proceso de desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial consideradas como habilidades matemáticas elementales para resolver problemas de esta naturaleza.

En este trabajo se analiza y fundamenta cómo desde el enfoque desarrollador y desde la enseñanza basada en la resolución de problemas se pueden crear esas bases

teóricas y didácticas para que los profesores de Matemática conduzcan el proceso de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en sus estudiantes de la educación preuniversitaria.

## DESARROLLO

En estudios realizados por prestigiosos investigadores como Klingberg (1972); Danilov y Skatkin (1978), Labarrere (1988); Álvarez (2009); Álvarez de Zayas (1990,1996); Fuentes (1996, 2009); Addine (2002, 2004); Castellanos (2001, 2007), entre otros, se precisa al proceso de enseñanza – aprendizaje como objeto de estudio de la Didáctica. Del análisis de los trabajos de estos investigadores se destaca la necesidad de la integración en este proceso, de lo cognitivo y lo afectivo, así como de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador, aspectos que se consideran esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de la educación preuniversitaria en Cuba.

El proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación preuniversitaria tiene en el pensamiento educativo de los pedagogos cubanos, Félix Varela (1788–1853), José de la Luz y Caballero (1800–1862), Enrique José Varona (1849–1933), José Martí (1853–1895) y en el pensamiento de Fidel Castro (1926–2016) su fundamento filosófico esencial, al considerarse el desarrollo del hombre en su relación activa con otros individuos, la naturaleza y la sociedad, que le permite apropiarse de la experiencia histórico-social acumulada por la humanidad y el desarrollo integral de su personalidad y que sientan las bases científicas sobre las cuales se erige una verdadera ciencia del desarrollo humano (Santos, 2007).

En la enseñanza preuniversitaria, a pesar de las intenciones de perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática aún hay vestigios de una enseñanza tradicional, memorística y repetitiva que no propicia que en este proceso el estudiante sea sujeto activo de su propio aprendizaje.

En relación con lo anterior, Llorente (2016) expresa que esto se debe a la descontextualización de los contenidos matemáticos como conocimientos académicos aislados de la realidad cotidiana del estudiante, a la repetición y monotonía de las actividades de aula, provocadas por la anteposición de los conocimientos procedimentales, a los aspectos conceptuales del campo matemático, a la poca exigencia en la búsqueda de diferentes vías de solución a las tareas docentes, y al poco énfasis de los profesores en la socialización de las respuestas.

Investigadores como Rico y Silvestre (2004); Castellanos (2001, 2007); Castellano (2001); Zilberstein y Silvestre (1999), Zilberstein y Portela (2002), consideran que estas insuficiencias se revierten al asumir al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática desde el enfoque desarrollador, donde el estudiante se considere un ente activo en su aprendizaje y desarrolle al máximo las potencialidades de su personalidad.

Este enfoque desarrollador tiene como referente teórico común el Enfoque Histórico Cultural de Vigotsky y seguidores (Danilov 1975, Savin 1972, Ushinski 1975, Helmut Klein 1978, G. Labarrere 1988, Tomaschewski 1966; O, González 1994, L. Zankov 1975, Davidov 1989), que coinciden en que las relaciones entre la enseñanza, el

aprendizaje y el desarrollo son análogas y responden a expectativas sociales y necesidades educativas comunes. Tomando como base estas ideas, Castellanos (2007, p. 46), afirman que "una educación desarrolladora es la que conduce al desarrollo, va delante del mismo, guiando, orientando, estimulando (...)"

Se asume para el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la educación preuniversitaria el concepto de zona de desarrollo próximo o potencial (ZDP) definido como: "(...) la distancia entre el nivel que alcanza el estudiante cuando soluciona una tarea de manera independiente (su desarrollo actual), y el nivel que puede alcanzar cuando la realiza con ayuda del docente o de sus compañeros más competentes en este terreno (su desarrollo potencial)" (Castellanos, 2001, p.95).

Al tener en cuenta este concepto, se considera la concepción de enseñanza, aprendizaje y proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática desde un enfoque desarrollador, para que tanto el docente como el estudiante conozcan y comprendan el rol que deben jugar en él, uno como facilitador del proceso (docente) y otro como protagonista esencial del mismo (estudiante). Por ello, se asume que:

- "(...) un aprendizaje desarrollador de la matemática es el que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora del saber y poder matemático, de estrategias de aprendizaje generales y específicas, de los procesos de pensamiento y las formas de trabajo propias de la matemática, su simbología y terminología, que al ser estructurados en forma de sistema, le permitan comprender y transformar el mundo que le rodea y a su vez transformarse, potenciando el desarrollo de su independencia cognoscitiva en estrecha relación con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social (...)" (Suero, 2001, p.11).
- "(...) una enseñanza en pos de un aprendizaje desarrollador presupone asumir la enseñanza no solo de estrategias cognitivas sino metacognitivas (...) convirtiéndolas de hecho en contenidos de enseñanza y la elaboración por parte del estudiante de la orientación para la aplicación de procedimientos, la cual es dada o elaborada generalmente por los docentes". (Jiménez, 2000, p.6).
- "(...) el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática desde un enfoque desarrollador como aquel que constituye un sistema en el cual tanto la enseñanza como el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada del contenido como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual, con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo potencial. Ello implica una comunicación afectiva y el desarrollo de actividades intencionales, cuyo accionar didáctico genere estrategias de aprendizaje que permitan aprender a aprender Matemática como expresión del desarrollo constante de una personalidad integral y autodeterminada del estudiante. (Gibert, 2012, p. 27).

La precisión de estos conceptos en el escenario del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática contribuirá a que los estudiantes de preuniversitario, logren la aprehensión de los conocimientos, las habilidades y las capacidades matemáticas

requeridas para realizar aprendizajes durante toda su vida y aplicarlos en la práctica; además que se avance en el tránsito de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, se promueva el desarrollo integral de la personalidad, sin soslayar sus condiciones y experiencias matemáticas previas, recordando siempre que uno de los objetivos primordiales de las matemáticas es precisamente entender su naturaleza.

Los autores de este trabajo se adscriben a lo planteado por Sandoval (2005), el cual señala que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se encuentra en una etapa de renovación de sus enfoques, que persigue que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura integral y un pensamiento científico que los habitúe a cuantificar, estimar, extraer regularidades, procesar informaciones, buscar causas y vías de solución, incluso de los hechos simples de la vida cotidiana y en consecuencia, los prepare para la actividad laboral.

Sobre la base de estudios realizados por investigadores como Gibert (2009), Jiménez (2000, 2007), Barrón (1991), entre otros, es necesario señalar que, para lograr el protagonismo del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, el aprendizaje debe ser significativo para él. Según autores como Ausubel, Novak y Hanesian (1983) el aprendizaje significativo se manifiesta cuando nuevas ideas e informaciones pueden ser aprendidas y retenidas en la medida en que conceptos relevantes o adecuados e inclusivos se encuentren apropiadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y sirvan, de esta forma, de anclaje a nuevas ideas y conceptos.

Por consiguiente, el aprendizaje significativo, debe asumirse como sustento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la formación de la personalidad del estudiante de preuniversitario, pues este enfoque permitirá a los docentes elaborar tareas de aprendizaje en las que el estudiante pueda relacionar de manera no arbitraria y sustancial lo nuevo que aprende con lo ya ha aprendido anteriormente, lo que potencia el establecimiento de relaciones entre aprendizajes, entre los nuevos contenidos, entre los conceptos ya adquiridos y los nuevos conceptos que se forman, entre el conocimiento y la vida, entre la teoría y la práctica.

Uno de los resultados más significativos en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Cuba, lo ha sido su estructuración y ordenamiento según las líneas directrices (Jungk, 1979; Zillmer, 1981; Ballester, 2007), lo que permite una estructuración sistémica del mismo y facilita que a partir del tránsito por los diferentes niveles se formen y desarrollen capacidades mentales, que favorezcan el logro de los objetivos de la educación. Estas "(...) son lineamientos que penetran en todo el curso escolar con respecto a los objetivos parciales a lograr, los contenidos que deben ser objeto de apropiación y a los métodos a elegir" (Ballester, 2007, p. 57).

Entre las líneas directrices se precisa la de Geometría y dentro de ella se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento geométrico espacial, como una forma del pensamiento matemático, que no es exclusivo de ella y que se basa en el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional (Proenza, 2002).

El pensamiento geométrico espacial, según Ballester et al. (2007, p.32) "(...) no es más que un reflejo generalizado del espacio tridimensional basado en modelos. El mismo se

pone de manifiesto cuando los alumnos forman un sistema de conceptos y relaciones mediante abstracción del espacio real, pueden representar mediante dibujos o modelos, estos reflejos del espacio e imaginar nuevos cuerpos y relaciones geométrico-espaciales”.

Este tipo de pensamiento matemático “... se basa en el conocimiento del espacio físico tridimensional como reflejo generalizado y mediato de dicho espacio, el cual posee una fuerte base senso-perceptual,...contribuye a que el alumno se ubique espacialmente en el mundo mediante la identificación de representaciones bidimensionales y tridimensionales,...implica un análisis y una síntesis...; es además una abstracción y una generalización, derivada de ellos. De esta forma los resultados del pensamiento geométrico espacial (conceptos, definiciones, propiedades, teoremas y fórmulas) se incorporan por sí mismos al proceso del pensar ..., lo cual enriquece y desarrolla dicho pensamiento, elevándolo a otro nivel en complejidad. O sea, le permite al alumno llegar a generalizaciones cada vez más complejas a medida que descubre relaciones espaciales y conexiones más profundas”. (Rojas, 2009, pp. 88-89).

En relación con las habilidades del pensamiento geométrico espacial, Jungk (1982) expresa que con el pensamiento geométrico espacial se deben desarrollar tres capacidades íntimamente relacionadas entre sí: la vista espacial, la representación espacial y la imaginación espacial. Proenza (2002) define la capacidad de imaginación espacial como la capacidad de estudiar el plano y el espacio a través de sus conceptos, leyes y derivar razonamientos; precisa que el pensamiento geométrico espacial exige del estudiante la exploración consciente del espacio, la comparación de los elementos observados, el establecimiento de relaciones entre ellos y la expresión verbal de las acciones realizadas y de las propiedades observadas, para de ese modo interiorizar el conocimiento, descubrir propiedades de las figuras y de las transformaciones, construir modelos, elaborar conclusiones para llegar a formular leyes generales y resolver problemas.

Investigadores como Feria (2006) y Frostig (1978), Horne (1978), Hoffer (1967) (citados por Uribe, 2014), han aportado variadas habilidades de percepción espacial: la coordinación visomotriz, la percepción figura-fondo, la constancia perceptual, la percepción de posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual, que a opinión de este autor son parte de la base sensorial que deben tener los estudiantes.

Uno de los resultados que puede contribuir a la precisión de estas las habilidades del pensamiento geométrico espacial es la descripción que realiza McGee (1979) (citado por Fernández, 2011, p. 27) de diez habilidades, distribuidas en los siguientes dos grupos:

Habilidades de visualización espacial:

1. Habilidad para imaginar la rotación de un objeto, la representación de un objeto y los cambios relativos de posición de objetos en el espacio.
2. Habilidad para visualizar una configuración en la cual hay un movimiento entre sus partes.

3. Habilidad para comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y para manipular objetos en la imaginación.
4. Habilidad para manipular o transformar la imagen de un patrón espacial en otra disposición.

Habilidades de orientación espacial:

1. Habilidad para determinar relaciones entre diferentes objetos espaciales.
2. Habilidad para reconocer la identidad de un objeto cuando es visto desde diferentes ángulos o cuando el objeto se mueve.
3. Habilidad para considerar relaciones espaciales donde la orientación del observador es esencial.
4. Habilidad para percibir patrones espaciales y para compararlos entre ellos.
5. Capacidad para permanecer sin confusiones por las diversas orientaciones en la que un objeto puede ser presentado.
6. Habilidad para percibir patrones espaciales o mantener la orientación respecto de los objetos en el espacio.

En el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial juegan un papel esencial los procesos de visualización pues, de acuerdo con lo planteado por Clements y Battista (1992), estos integran los procesos a través de los cuales se obtiene conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones.

El Modelo de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), constituye otro de los referentes teóricos que posibilitan la determinación y precisión de habilidades del pensamiento geométrico espacial. En este modelo Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, a saber:

Nivel 1.

Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización o reconocimiento, en el que el estudiante percibe las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Los estudiantes perciben las figuras como objetos individuales, es decir, no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase; se limitan a describir su aspecto físico, las reconocen, las diferencian o las clasifican sobre la base de las semejanzas o diferencias físicas entre ellas; no suelen reconocer explícitamente las partes que las componen ni sus propiedades matemáticas.

En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.

Nivel 2.

Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas.

Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etcétera.

En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras y piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con estas.

Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento.

En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

Nivel 4. Es de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

Nivel 5. Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Para la precisión de estas habilidades y el perfeccionamiento de la dirección del proceso de su desarrollo en los estudiantes de la educación preuniversitaria es necesario asumir otros referentes teóricos relacionados con la teoría de la actividad humana, y con los modelos de desarrollo habilidades que recogidos en la literatura científica.

El término habilidad, a pesar de las diferentes acepciones que aparecen en la literatura psicológica y pedagógica, generalmente se utiliza como sinónimo de “saber hacer” (González, 2001), es decir, lo que le permite al hombre realizar una determinada tarea.

Para la psicología, “las habilidades constituyen el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad” (González, 2001, p.117) y resultan de la sistematización de acciones que están subordinadas a un objetivo consciente.

Esta definición, aceptada por la comunidad científica, ha permitido que en el plano de la Didáctica General, Álvarez (1990) y Fuentes (1998), caractericen las habilidades como acciones que el sujeto realiza y Zilberstein (2002) como el conocimiento en acción.

En el caso particular de la Didáctica de la Matemática, las habilidades matemáticas, Rebollar y Ferrer (2007, p. 5), las definen como “(...) la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos”.

Desde perspectiva del presente trabajo, esta definición de habilidad matemática refleja las formas de trabajo y pensamiento matemático, que permiten a los estudiantes



familiarizarse con las formas de buscar, descubrir, asimilar y construir nuevos conocimientos matemáticos y aprender con mayor racionalidad, de forma consciente y activa y, de esta manera, ser sujeto de su propio aprendizaje, aspectos que son imprescindibles para el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial.

Se asume a su vez, la manera en que estos investigadores orientan la estructuración sistémica de las habilidades matemáticas en habilidad general (la resolución de problemas), habilidades básicas (como las construcciones que realiza el alumno de métodos de solución o análisis de un determinado problema matemático, las que se constituyen en objetivos parciales en la preparación de los alumnos para resolver problemas) y habilidades elementales (construcciones de procedimientos específicos que se derivan de manera directa del modo de operar con conceptos, teoremas o procedimientos y que a partir del establecimiento de conexiones entre estos se van conformando métodos de solución, que constituyen la base de las habilidades matemáticas básicas.

En relación con el proceso de formación y desarrollo de habilidades, de la revisión bibliográfica realizada, se derivan las regularidades siguientes:

- Zilberstein y Silvestre (1999) plantea que la habilidad se desarrolla en la actividad e implica el dominio de las formas de la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa.
- Machado, E. y Montes de Oca, N. (2004), reconocen que se desarrollan y se manifiestan en la actividad y la comunicación, y que este desarrollo es el resultado de la interacción entre las condiciones internas y externas del individuo y de su interacción social con otros individuos.
- Rebollar y Ferrer (2007) plantean que el proceso de desarrollo de habilidades matemáticas transcurren por tres etapas, que responden a los eslabones didácticos del proceso de enseñanza-aprendizaje y su dinámica: etapa de planteamiento, comprensión y análisis de los problemas esenciales y sus subproblemas (orientación del sistema de habilidades matemáticas), etapa de elaboración, ejercitación y sistematización de las habilidades matemáticas básicas y elementales (ejecución del sistema de habilidades) y etapa de aplicación del sistema de conocimientos y habilidades a la resolución de problemas variados (perfeccionamiento de la ejecución del sistema de habilidades).

García (2002) precisa las siguientes habilidades matemáticas básicas que estructuran la habilidad resolver problemas geométricos como habilidad general:

1. Orientarse en el problema. Para ello, se identifica el tipo de problema geométrico que se va a resolver, las condiciones y exigencias presentes en el mismo; se investiga si se resolvieron problemas con condiciones o exigencias análogas o si el problema puede ser reducido a otros problemas ya resueltos o si puede descomponerse en subproblemas más sencillos; se reformula si es necesario el problema para hacerlo más comprensible; se representan las condiciones y/o

exigencias del problema en una figura geométrica de análisis; se precisan los conceptos, teoremas o relaciones presentes en el mismo.

2. Buscar vías para solucionar el problema. Para ello, se formulan e interpretan los teoremas y definiciones, se interpretan las relaciones geométricas, para extraer de todos ellos nuevas informaciones o deducir nuevas consecuencias y nexos, precisando los más trascendentales para la resolución del problema; se realizan construcciones auxiliares en la figura geométrica de análisis en el caso necesario; se descompone el problema en subproblemas más sencillos; se aplican métodos de reducción: inductivos y no inductivos, así como métodos deductivos; se seleccionan y aplican procedimientos heurísticos de solución; se valoran vías conocidas o vías producidas por la especulación, se emiten hipótesis sobre posible o posibles vías de solución y se valora la posibilidad de su ejecución; se determina si el problema se deriva de otro más general para valorar si la vía de solución utilizada en aquel es posible particularizarla en éste, o si el problema es una generalización de otros problemas particulares para valorar si con las vías o estrategias de solución en ellos aplicadas se puede llegar a una vía o estrategia general que sea posible aplicarla a la solución del mismo; se precisan las acciones que se van a ejecutar una vez encontrada la posible vía o estrategia de solución para de esta forma ordenarlas y elaborar un plan de solución.
3. Experimentar las vías para solucionar el problema. Para ello, se lleva a cabo el plan de solución para comprobar y fundamentar cada paso del mismo; se valora si éste ha sido correctamente elaborado, si le faltan pasos, si le sobran pasos, si los pasos están lógicamente ordenados, si es necesario perfeccionarlo; se revisa, reconsidera, perfecciona o rechaza la estrategia de trabajo seguida en la solución del problema, culminando este proceso cuando se llegue a lo exigido en el problema.

Para el proceso de desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial, resultan de especial interés las etapas para el desarrollo de habilidades matemáticas (Ferrer y Rebolgar, 2007) y las habilidades básicas de la habilidad general resolver problemas geométricos (García, 2002), pues a partir de ellas se favorece el protagonismo del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio y en el proceso de desarrollo de su pensamiento geométrico espacial, pues exigen de este la búsqueda y la construcción del conocimiento, la experimentación, visualización, representación de los objetos geométricos para la deducción de sus propiedades esenciales, la realización de conjeturas y la demostración de la veracidad de las proposiciones que se infieran del análisis y percepción de los mismos.

Sobre la base de los referentes teóricos anteriores, las habilidades del pensamiento geométrico espacial se clasifican como habilidades matemáticas elementales, pues ellas son las que expresan la construcción y dominio de procedimientos específicos de operar con conceptos, teoremas y procedimientos geométricos, relacionados con objetos geométricos en el espacio tridimensional y que a partir de las relaciones que se establecen entre estos se van conformando métodos, estrategias de trabajo y procedimientos heurísticos, que constituyen la base de las habilidades matemáticas

básicas en las que se estructura la habilidad para resolver ejercicios y problemas geométricos de estereometría, como habilidad general.

Al tener en cuenta los niveles del pensamiento geométrico de Van Hiele, los autores de este trabajo proponen las siguientes habilidades del pensamiento geométrico espacial, que se agrupan en:

Habilidades del nivel visualización:

- Identificar las figuras geométricas planas y espaciales que conforman un cuerpo geométrico en el espacio.
- Describir el aspecto físico de un objeto geométrico.
- Representar un objeto geométrico tridimensional en lo bidimensional.
- Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.
- Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.

Habilidades del nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas:

- Construir modelos de objetos geométricos.
- Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.
- Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas, relacionados con objetos geométricos.

Habilidades del nivel de ordenamiento o de clasificación:

- Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.
- Realizar comparaciones entre diferentes objetos geométricos.
- Ordenar las propiedades de las figuras planas y los cuerpos geométricos.
- Habilidades del nivel de razonamiento deductivo
- Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales.
- Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.

Habilidades del nivel de rigor:

- Deducir consecuencias de las relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a asociados a objetos geométricos.
- Descubrir propiedades de las figuras planas y geométricas que conforman un cuerpo geométrico y del propio cuerpo geométrico.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la educación preuniversitaria requiere, para una asimilación más efectiva de los contenidos geométricos, que los estudiantes resuelvan problemas.

El problema, como categoría, ha sido definido por diversos investigadores, tales como, Rubinstein (1966), Polya (1976), Labarrere (1996), Schoenfeld (1993), Álvarez (1996), Campistrus y Rizo (1996), Ballester (2007), entre otros.

Los destacados psicólogos Rubinstein (1966) y Labarrere (1996), han expresado sus ideas acerca de esta categoría. El primero plantea que un problema presenta puntos desconocidos en los que es necesario poner lo que falta; por otro lado Labarrere (1996, p.1) lo define como "...toda situación en la cual, dadas determinadas condiciones (más o menos precisas), se plantea determinada exigencia (a veces más de una). Esta exigencia no puede ser cumplida o realizada directamente con la aplicación inmediata de procedimientos y conocimientos asimilados, sino que se requiere la combinación, la transformación de estos en el curso de la actividad que se denomina solución."

Estas definiciones denotan el problema como una situación, que requiere la búsqueda por el alumno de su solución y para llegar a ella deberá conjugar sus conocimientos previos y determinados procedimientos, que modificarán durante el proceso de aprendizaje para alcanzar este propósito.

En las diferentes posiciones teóricas se señala al problema como: la búsqueda consciente con alguna acción apropiada para lograr una meta concebida pero no inmediata de alcanzar (Polya, 1976), el que lo resuelve no tiene a mano un procedimiento para su solución (Schoenfeld, 1993) y donde la vía de solución es desconocida por la persona (Llivina, 1999), pero a su vez, la situación descrita en el problema debe reflejar la realidad objetiva en correspondencia con el contexto de actuación del alumno (Suárez, 2004).

En la investigación se asume la definición de problema de Campistrus, L. y Rizo, C. (1996, p. IX), los cuales lo definen de la siguiente manera: "Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación".

Esta definición integra las consideraciones expresadas por los autores antes mencionados sobre esta categoría, pues señala que a pesar de que en el problema no se encuentran todos los elementos necesarios para su solución, se deben delimitar aquellos elementos que faltan, pero a su vez, para la efectiva solución del mismo, el aprendizaje debe ser significativo para el alumno para que este pueda estar motivado por la actividad.

La enseñanza de la Matemática basada en la resolución de problemas, como contraposición a la enseñanza tradicional, tiene en el contexto actual diferentes tendencias, según Campistrus y Rizo (citados por González, 2006):

- Enseñanza problémica: Consiste en problematizar el contenido de enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la resolución de un problema en el curso de la cual se elaboran los conceptos, algoritmos o

procedimientos requeridos. Está muy elaborada desde el punto de vista didáctico y tiene un cuerpo categorial muy estructurado.

- La enseñanza por problemas: Consiste en el planteamiento de problemas complejos en el curso de cuya solución se requieren conceptos y procedimientos matemáticos que deben ser elaborados. Este procedimiento se asemeja a la enseñanza por proyectos y resulta complejo de realizar, en la mayor parte de las veces los problemas se limitan a una función motivacional y a aportar un contexto en el que adquieren sentido los conceptos y procedimientos matemáticos que se pretende estudiar. Esta es una de las vertientes del “Problem Solving” generado en los EEUU, a partir del momento en que se comienzan a considerar los problemas como centro de la enseñanza de la Matemática.
- La enseñanza basada en problemas: Consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya resolución se produce el aprendizaje. En este caso no se trata de problematizar el objeto de enseñanza ni de plantear problemas complejos que requieran de nuevos conocimientos matemáticos, más bien se trata de resolver problemas matemáticos relacionados con el objeto de enseñanza, sin confundirse con él, y que van conformando hitos en el nuevo aprendizaje.
- La enseñanza de la resolución de problemas: Es otra de las formas que adopta el “Problem Solving” en los EEUU, que debe ser bien diferenciada de las anteriores, y que se ha difundido mucho mediante los textos que enuncian y practican "estrategias" para resolver problemas y después plantean problemas para aplicarlas”.

En este trabajo se pondera la enseñanza basada en problemas, también conocido como aprendizaje basado en problemas (Barrell (1999); González (2006), Garmendia y Guisasola (2014)), para la preparación teórica y didáctica de los profesores de la educación preuniversitaria que les ayude en la conducción del proceso de desarrollo de habilidades de pensamiento geométrico espacial en los estudiantes de la educación preuniversitaria.

Se considera que es una de las tendencias más efectivas para el aprendizaje de los contenidos geométricos en los estudiantes de preuniversitario, quienes deben estar capacitados para resolver problemas geométricos relacionados con la geometría del espacio y deben prepararse, en su gran mayoría, para el examen de ingreso a la educación superior, pues un problema de este tipo forma parte de su cuestionario.

Como regularidad, se ha detectado que esta es una de las preguntas donde los alumnos presentan mayores dificultades por el bajo desarrollo de su pensamiento geométrico espacial, lo cual ha sido corroborado en encuestas realizadas a profesores y en entrevistas a metodólogos de Matemática.

Barrell, J. (1999, p. 21), define el aprendizaje basado en problemas como “un proceso de indagación que resuelve problemas, curiosidades, dudas e incertidumbres sobre fenómenos complejos de la vida”.

Este autor plantea entre las ventajas de esta tendencia, que a partir del procesamiento de la información que se genera en el proceso de resolución de problemas, las estrategias de trabajo que utiliza el estudiante y las reflexiones que realiza, se logra la comprensión más profunda del contenido, un aprendizaje de mayor calidad al utilizar la información de manera significativa, integrarla a sus conocimientos previos e incorporarla a su estructura cognoscitiva, favorece el establecimiento de relaciones entre los contenidos matemáticos precedentes y los nuevos que aprende y entre estos y el de otras asignaturas.

Destaca, además, tres formas para desarrollar el aprendizaje basado en problemas: la investigación dirigida por el docente, la investigación compartida por el docente y los alumnos y la investigación dirigida por los alumnos.

La investigación dirigida por el docente puede desarrollarse por un solo profesor o por un grupo de ellos que trabajen juntos, los cuales proponen las situaciones problemáticas que serán objeto de investigación por los alumnos y ejercen un control total sobre este proceso.

En la investigación dirigida por el docente y los alumnos, ambos controlan el proceso de identificación, formulación y solución de los problemas, así como el análisis de la aplicación posterior de las soluciones obtenidas, a través de la formulación de preguntas, tales como: “¿Qué creemos que sabemos sobre el tema? ¿Qué queremos/necesitamos averiguar sobre esto? ¿Cómo procederemos para averiguarlo? ¿Qué esperamos aprender? ¿Qué hemos aprendido? ¿Cómo vamos a aplicar lo que hemos aprendido a otros temas? ¿En nuestras vidas personales? ¿En nuestros próximos proyectos? ¿Qué nuevas preguntas se plantean como resultados de nuestra investigación?” (Barrell, 1999, p. 24)

En la investigación dirigida por los alumnos se establece que los mismos adquieren una mayor independencia en la toma de decisiones durante el proceso de identificación, formulación y resolución de los problemas. Los alumnos plantean sus propios temas de investigación, independientes de la clase y se trazan su plan de solución. En este caso el docente colabora en la identificación de los elementos más significativos del tema, para lo cual resulta útil la elaboración de mapas conceptuales. De igual modo, ayuda a los alumnos a rebasar los obstáculos que se le presentan a lo largo del proceso investigativo.

Para materializar cada una de las formas anteriores, se precisa del entrenamiento de los estudiantes en la utilización de estrategias de trabajo que les permitan evaluar los progresos en la investigación que realizan y en la capacidad de transferencia a situaciones nuevas de los modos de actuación que han resultado efectivos bajo condiciones y exigencias similares.

Del análisis de los referentes anteriores sobre la enseñanza o el aprendizaje basado en la resolución de problemas se afirma, que los problemas se pueden utilizar en el proceso de desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial, pues a través de estos el profesor puede ofrecer ayuda a sus estudiantes en cuanto a cómo deben analizar una figura geométrica espacial, identificar sus características esenciales mediante la percepción, la abstracción, la construcción, el establecimiento de analogías,

la variación de condiciones y la búsqueda de relaciones entre las figuras geométricas que la conforman y entre esta y otras figuras geométricas espaciales.

González (2006), significa que la enseñanza basada en problemas se caracteriza por:

1. Planteamiento por el docente de situaciones problemáticas.
  - Se presenta a los estudiantes una determinada situación problémica.
  - Los estudiantes formulan, a partir de la situación problémica presentada, el problema, de manera que identifiquen la contradicción presente en esta. La situación debe reflejar su contexto de actuación y su resolución debe estar al alcance de sus posibilidades.
2. Investigación de la solución por los estudiantes
  - Se inicia con la planificación de las acciones que deben desarrollarse en el proceso de resolución del problema, que serán ejecutadas posteriormente.
  - En la misma es necesario el intercambio entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes, en el que el papel del profesor es de propiciar que los estudiantes puedan determinar esas acciones y ejecutarlas con éxito, por lo que debe tener previsto un sistema de reglas heurísticas que favorezcan este propósito.
3. Utilización de estrategias cognitivas y metacognitivas.

La metacognición comprende el “complejo grupo de procesos que intervienen en la toma de conciencia y el control de la actividad intelectual y de los procesos de aprendizaje, y que garantizarán su expresión como actividad consciente y regulada en mayor o menor medida, de acuerdo a su grado de desarrollo”. (Castellanos et al., 2001, p. 36).

“Una estrategia cognitiva es el procedimiento constituido por un conjunto de acciones dirigidas a la apropiación del sistema de conocimientos y al desarrollo de hábitos, habilidades y procedimientos de carácter general y específico propios de cada edad, nivel y materia objeto de aprendizaje” (González, 2006, p. 38).

“Una estrategia metacognitiva es el procedimiento constituido por un conjunto de acciones de contenido general, dirigidas a la toma de conciencia y el control de la actividad intelectual y de los procesos de aprendizaje” (González, 2006, p. 38).

González, (2006, p. 38) exprese a su vez, que “la utilización de estas estrategias en la enseñanza basada en problemas está directamente relacionada con el desarrollo de habilidades en la identificación, formulación y resolución de problemas, a partir del planteamiento de situaciones problemáticas para desencadenar las acciones que conducen a la elaboración de nuevos conocimientos”.

4. Evaluación de los progresos de la investigación
  - Controlar los resultados que se van alcanzando en el proceso de resolución de cada subproblema.

- Determinar qué falta para llegar a la solución.
  - Analizar cómo cada solución parcial contribuye a la resolución de subproblemas más generales dentro del sistema planteado.
5. Transferencia de modos de actuación a situaciones nuevas
- Analizar nuevas situaciones, teniendo en cuenta las acciones que resultaron efectivas en situaciones precedentes.
  - Iniciar el trabajo intentando transferir estas acciones a la nueva situación.
  - Lo anterior, permitirá el logro de una mayor significatividad del aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas espaciales, una mayor posibilidad de aplicación y transferencia de estas a la resolución de otros problemas, que conduzca al estudiante a la búsqueda, elaboración y asimilación de nuevos contenidos relacionados con la geometría del espacio.

## CONCLUSIONES

Una de las vías para lograr que el estudiante se convierta en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la educación preuniversitaria, es la concreción en dicho proceso de la enseñanza basada en problemas, como una de las tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática y de la enseñanza-aprendizaje desde un enfoque desarrollador como una de las tendencias de la Didáctica en la escuela cubana actual.

Los autores consideran que los referentes teóricos asumidos para la enseñanza basada en la resolución de problemas, sirven de sustento para la conducción del proceso de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial, puesto que se parte de la premisa esencial de que el conocimiento se produce cuando el estudiante es capaz de buscar, reactivar, utilizar, aplicar los conocimientos previos que necesita a la resolución de problemas geométricos relacionados con la geometría del espacio y transferirlos a la resolución de problemas nuevos, que favorezcan la búsqueda, la elaboración y construcción de nuevos conocimientos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Addine, F., Recarey, F. y González, A. M. (2002). Principios para la dirección del proceso pedagógico. En: García, G. Compendio de Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación. p: 80-97.
- Addine Fernández, F. (2004). Didáctica teoría y práctica. La Habana: Pueblo y Educación.
- Álvarez, M. (2009). Acerca de la resolución de problemas en el área de ciencias. La Habana: Ministerio de Educación.
- Álvarez de Zayas, C. (1990). Didáctica La Escuela en la Vida. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Álvarez de Zayas, C. (1996). Hacia una escuela de excelencia. La Habana: Editorial Academia.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa. México: Trillas.
- Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Batista, L. C., Cruz, I., Villegas, E. (2007). Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo I. Holguín: Empresa Poligráfica Holguín.
- Barrell, J. (1999). El Aprendizaje Basado en Problemas. Un enfoque investigativo. Argentina: Ediciones Manantial SRL, Buenos Aires.
- Barrón, A. (1991). Constructivismo y desarrollo de aprendizajes significativos. Revista Educación. Enero-Abril. p. 294.



- Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Castellanos, B. (2001). *Hacia un aprendizaje desarrollador*. La Habana: Colección Proyecto, ISPEJV.
- Castellanos, D., Castellanos, B., Llivina, M. J., y Silverio M. (2001). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador*. La Habana: Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona".
- Castellanos, D., Castellanos, B., Llivina, M. J., y Silverio M. (2007). *Aprender y Enseñar en la Escuela. Una concepción desarrolladora*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. En Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 420-464). New York: Macmillan Publishing Co.
- Danilov, M. A. (1978). *El proceso de enseñanza en la escuela*. La Habana: Libros para la Educación.
- Fernández, M. T. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial*. Tesis doctoral. Recuperado de [www.ugr.es/~jgodino/Tesis\\_doctorales/Teresa\\_Fernandez\\_tesis.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Teresa_Fernandez_tesis.pdf)
- Fuentes, H., Cruz, S. y Álvarez, I. B. (1998). *Modelo Holístico Configuracional de la Didáctica*. Santiago de Cuba: Centro de Estudios de Educación Superior "Manuel F. Gran", Universidad de Oriente.
- Fuentes, H. (1996). *Dinámica del proceso de enseñanza - aprendizaje*. Santiago de Cuba: CEES "Manuel F. Gran", Universidad de Oriente.
- Fuentes, H. (2009). *Pedagogía y Didáctica de la Educación Superior*. Santiago de Cuba: CEES "Manuel F. Gran", Universidad de Oriente.
- García, J. E. (2002). *Sistema de habilidades profesionales para la disciplina geometría de la carrera Matemática – Computación en función de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de la matemática escolar*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "Frank País García". Santiago de Cuba.
- Garmendia, M. y Guisasola, J. (2014). *Aprendizaje basado en problemas, proyectos y casos: diseño e implementación de experiencias en la universidad*. Recuperado de <https://web-argitalpena.adm.ehu.es/pdf/USWEB149592.pdf>
- Gibert, E. M. (2009). *Fases en la aplicación de una estrategia. Alternativa para la estructuración de la clase de Matemática*. En: *Memorias del XI Congreso Nacional de Matemática y Computación como número especial del Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación*. [CD-ROM]: Educación Cubana, La Habana.
- Gibert, E. M. (2012). *Una alternativa didáctica para la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje en las clases de la asignatura Matemática en la Educación Secundaria Básica*. Tesis presentada en opción al grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "Enrique José Varona". La Habana.
- González, M., Castellanos, D., Córdova, D., Rebollar, M., Fernández, A. M., Martínez, M., Pérez, D. (2001). *Psicología para educadores*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- González, M. A. (2006). *Propuesta didáctica para la aplicación de la enseñanza basada en problemas a la formación semipresencial en la disciplina de geometría*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias. ISP "Enrique José Varona". La Habana.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele*. En: Llinares, S., y Sánchez, M. V. (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla. p. 295-384.
- Jiménez, M. H. (2000). *Una concepción en la enseñanza de la matemática para propiciar el aprendizaje desarrollador*. Resultado de investigación. La Habana. ISPEJV.
- Jiménez, M. H. (2007). *Aplicación de una propuesta metodológica que propicie un aprendizaje desarrollador de la matemática*. En: *Memorias Pedagogía 2007, Simposio 14*. La Habana.
- Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática*. Tres partes. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Klingberg, L. (1972). *Introducción a la Didáctica General*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Labarrere, A. (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria resolver problemas*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Labarrere, A. (1996). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.

- Llivina, M. (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad de resolver problemas matemáticos. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de la Habana.
- Llorente, Y. (2016). La estimulación de la flexibilidad como cualidad de las potencialidades creadoras de los estudiantes mediante el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero". Holguín.
- Machado, E. y Montes de Oca, N. (2004). Desarrollo de habilidades investigativas. Camagüey: Proyecto ABSTI, CECEDUC.
- Polya, G. (1976). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.
- Proenza, Y. (2002). Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero". Holguín.
- Rebollar, A. y Ferrer, M. (2007). La enseñanza basada en problemas y ejercicios. Recuperado de <http://www.eumed.net/libros/2010c/743/index.htm>
- Rico, P. y Silvestre, M. (2004). Proceso de enseñanza-aprendizaje. En: Compendio de Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación. p: 68-79.
- Rojas, O. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio con un enfoque desarrollador. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero". Holguín.
- Rubinstein, S.L. (1966). El proceso del pensamiento. La Habana: Universitaria.
- Sandoval, A. (2005). Programas de Matemática para la Educación de Jóvenes y Adultos. La Habana: Cátedra de adultos, ISP "Enrique José Varona".
- Santos, E. M. (2007). Informe del resultado: Caracterización de las video clases desde una concepción desarrolladora. Proyecto. Un modelo para el desempeño profesional del profesor de preuniversitario. La Habana: ICCP.
- Schoenfeld, A. (1993). Resolución de problemas. Elementos para una propuesta en el aprendizaje de la matemática. (s.l.) Cuadernos de Investigación, No. 25.
- Suárez, C. (2004). La identificación de problemas matemáticos en la Educación Primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". Ciudad de la Habana.
- Suero, F. (2001). Una propuesta metodológica que contribuya al mejoramiento de la enseñanza aprendizaje del Álgebra a través de la formación de conceptos. Tesis de Maestría en Didáctica de la Matemática. La Habana. ISPEJV.
- Uribe, S. M., Cárdenas, O. L., Becerra, J. F. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños. Revista Educación Matemática. (26), 2. Agosto. pp. 135-160.
- Zilberstein, J. y Silvestres, M. (1999). Una didáctica para una enseñanza y un aprendizaje desarrollador. Ciudad de la Habana: ICCP.
- Zilberstein, J. y Portela, R. (2002). Una concepción desarrolladora de la motivación y el aprendizaje de las ciencias. (s.l.) (s.n.).
- Zillmer, W. (1981). Complementos de Metodología de la enseñanza de la Matemática. (s.l.): Libros para la Educación.